

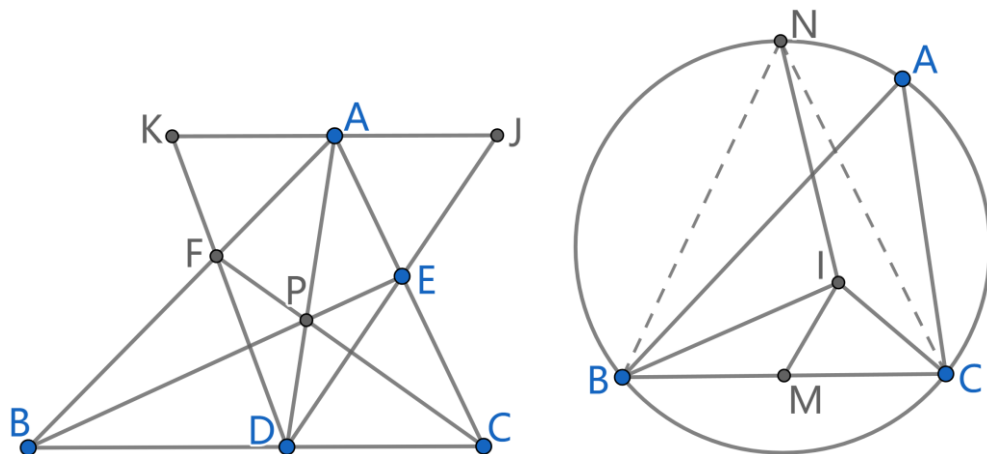
几何小测-1

例 1. (1) 叙述正弦和余弦的和差角公式; (2) 设 $A+B+C=\pi$, 求证:
 $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A \tan B \tan C$; (3) 回忆二倍角公式与和差化积, 证明:
 $\sin^2 x-\sin^2 y=\sin(x+y) \sin(x-y)$ 。

例 2. 求证: (1) $\sin(3x)=3 \sin x-4 \sin^3 x=4 \sin x \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)$; (2)
 $\cos(3x)=4 \cos^3 x-3 \cos x=4 \cos x \cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right) \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 。

例 3. 点 P 在 $\triangle ABC$ 内部, 直线 AP, BP, CP 分别交 BC, CA, AB 于点 D, E, F , 过 A 作
 BC 的平行线分别交 DE, DF 于 J, K 。求证: $AJ=AK$ 。

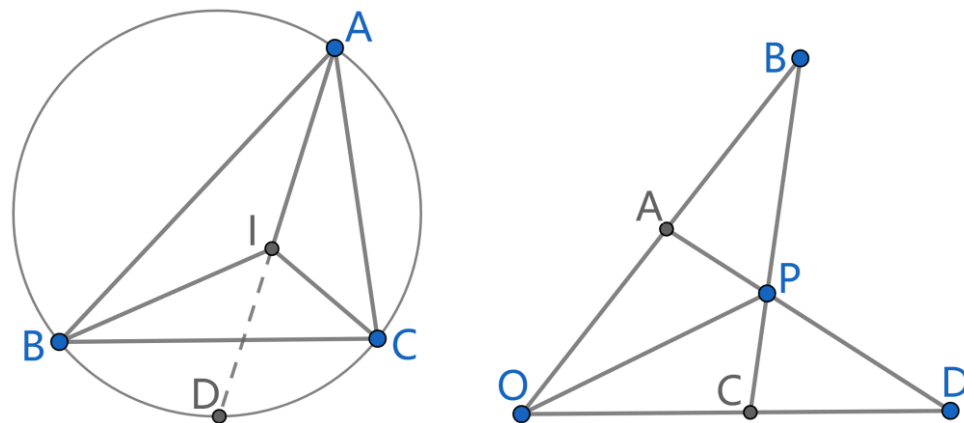
例 4. 点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心, 点 N 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的弧 BAC 的中点, 点 M 是 BC 中
 点。求证: $\angle BIM+\angle CIN=\pi$ 。



例 5. 在 $\triangle ABC$ 中, I 是 $\angle BAC$ 平分线上一点, 满足 $\angle BIC=\frac{\pi+A}{2}$, 且 I, A 在 BC 同
 侧。求证: I 是 $\triangle ABC$ 的内心。

例 6. 点 A, C 分别在 OB, OD 上, AD, BC 相交于 P 。已知 OP 平分 $\angle BOD$, 设

$\angle BOD=2\alpha$, 求证: $\frac{1}{OA}+\frac{1}{OD}=\frac{1}{OB}+\frac{1}{OC}=\frac{2 \cos \alpha}{OP}$ 。



例 7. 四边形 $ABCD$ 中, AB 交 CD 于点 E , AD 交 BC 于点 F , 由四边形的密克定理, $\odot(ABE), \odot(CDE), \odot(ADF), \odot(BCF)$ 交于一点 P . 设 P 到直线 AB, CD, BC, AD 的投影分别为点 J, K, L, M , 回忆西姆松定理, 证明: J, K, L, M 四点共线。

