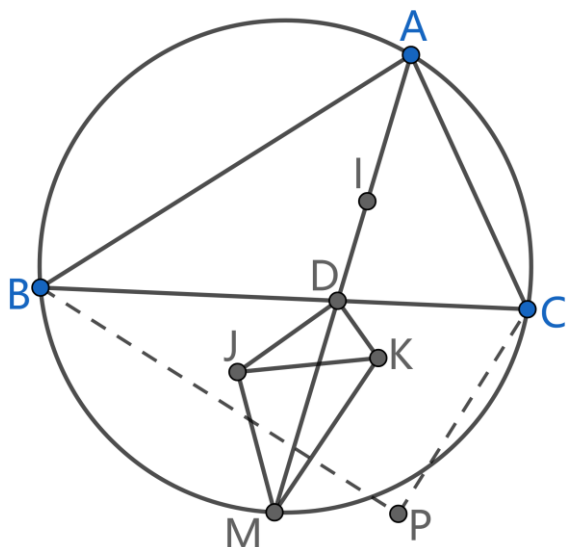
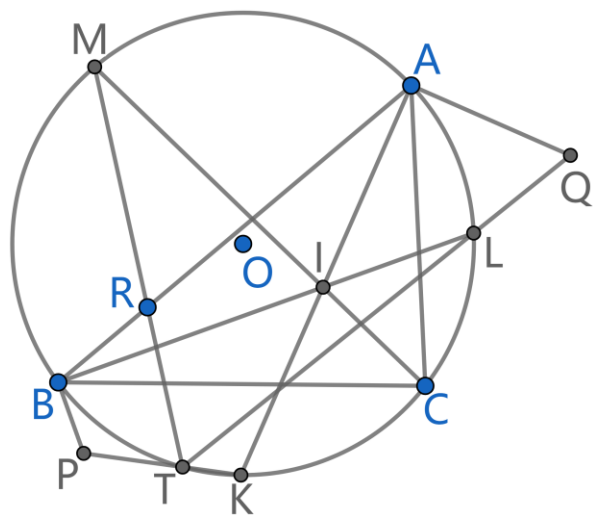


几何选讲-3

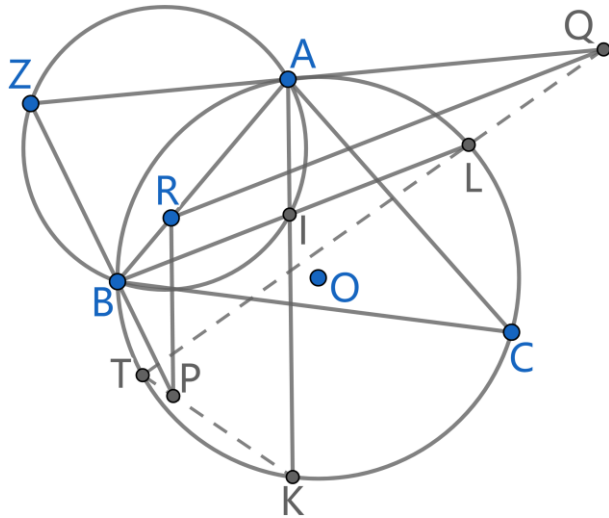
例 1. 在 $\triangle ABC$ 中, I 是内心, 直线 AI 与 BC 交于点 D , 与 $\triangle ABC$ 外接圆交于另一点 M 。
 $\triangle DBM, \triangle DCM$ 的内心分别为 J, K , 点 I 关于 J, K 的对称点为 P 。求证: $PB \perp PC$ 。



例 2. (1997, IMO 预选题) 已知 $\triangle ABC$ 的内心为 I , AI, BI, CI 分别交其外接圆 $\odot O$ 于点 K, L, M , R 在 AB 上, 点 P, Q 满足 $RP \parallel AK, PB \perp BL, RQ \parallel BL, QA \perp AK$ 。求证:
 MR, QL, PK 三线共点。



例 3. 已知 $\triangle ABC$ 的内心为 I , AI, BI 分别交其外接圆 $\odot O$ 于点 K, L , R 在 AB 上, 点 P, Q 满足 $RP \parallel AK, RQ \parallel BL$, PB 交 QA 于 Z , 且 I, A, Z, B 四点共圆。求证: QL, PK 的交点在 $\triangle ABC$ 的外接圆上。



例 4. O, H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、垂心, D, F 分别是 BC, AB 的中点, P, Q 分别在 BA, BC 上, 且满足 $DP \perp DH, FQ \perp FH$ 。求证: $PQ \perp OH$ 。

例 5. (2020, 东南数学奥林匹克) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle ADC < \frac{\pi}{2}$, 以 AC 为直径的圆与边 BC, CD 的另一个交点分别为 E, F 。设 M 为 BD 的中点, 作 $AN \perp BD$ 于点 N 。求证: M, N, E, F 四点共圆。

